

## PRACTICA 5 PÉNDULO SIMPLE Y FÍSICO

### Isaac Newton

El 25 de diciembre de 1642, nace en Inglaterra Isaac Newton, físico y matemático que formuló las leyes básicas de la Mecánica. Cuando tenía 18 años fue enviado al Trinity College de la Universidad de Cambridge, dedicándose principalmente al estudio de las matemáticas.

En el período entre los 23 y 24 años, elaboró prácticamente las bases de toda su obra, en donde podemos citar: El desarrollo de un binomio en serie de potencias, la creación y desarrollo de las bases del cálculo infinitesimal, el estudio de algunos fenómenos ópticos que culminaron con la formulación de una teoría acerca de los colores de los cuerpos, y la concepción de las primeras ideas relativas a la Gravitación Universal.

En 1667 fue invitado a impartir la cátedra de matemáticas en la propia Universidad de Cambridge, y más tarde a los 30 años, fue designado miembro de la Real Academia de Ciencias de Londres, el más alto título honorífico dado a los científicos de Inglaterra.

En 1686 presentaba la primera edición de su famosa obra "Principios Matemáticos de la Filosofía Natural".

En 1699 fue nombrado Director de la Casa de la Moneda de Londres, donde restauró la economía de su país. Fue miembro del Parlamento inglés y en 1705, a los 62 años fue nombrado Caballero de la Reina de Inglaterra lo que le daba la condición de nobleza y le confería el título de "Sir". Desde 1703 hasta su muerte en 1727, a los 84 años, Newton permaneció en la presidencia de la Real Academia de Ciencias de Londres.

### Leyes de Newton

Comencemos enunciando las leyes de Newton:

**PRIMERA LEY:** Consideremos un cuerpo, sobre el cual no actúan fuerzas o la suma de las fuerzas que se ejercen sobre el mismo (fuerza neta) es nula. Si el cuerpo está en reposo, permanecerá en reposo. Si el cuerpo está moviéndose a velocidad constante, continuará haciéndolo así.

La tendencia de un cuerpo a permanecer en reposo o en movimiento lineal uniforme se llama inercia y la primera ley suele llamarse también ley de la inercia.

**SEGUNDA LEY:** Esta ley se resume en lo que se llama ecuación fundamental de la mecánica clásica

$$\sum \vec{F} = m\vec{a} \quad (1)$$

Donde  $\sum \vec{F}$  es la suma vectorial de todas las fuerzas que actúan sobre el cuerpo denominada **fuerza neta** o **resultante**,  $m$  es la masa del cuerpo y  $\vec{a}$  es el vector aceleración.

**TERCERA LEY:** Si dos cuerpos (a los que llamaremos 1 y 2) interactúan, la fuerza ejercida sobre el cuerpo 1 por el cuerpo 2 es igual y opuesta a la fuerza ejercida sobre el cuerpo 2 por el cuerpo 1.

Experimentalmente se puede probar que cuando un cuerpo ejerce una fuerza sobre un segundo cuerpo, éste último siempre ejerce una fuerza sobre el primero, y que éstas fuerzas son siempre iguales en magnitud,

pero opuestas en dirección. Una fuerza aislada, es por lo tanto algo imposible. Arbitrariamente, llamamos a una de las fuerzas de la interacción mutua entre dos cuerpos la fuerza de "acción" y a la otra la denominamos "reacción", entonces la tercera ley se puede enunciar de esta forma:

A cada acción corresponde una reacción igual y opuesta.

Es importante recordar que las fuerzas de acción y reacción, siempre actúan sobre cuerpos diferentes.

## Fundamento teórico

### Péndulo simple

Cualquier cuerpo rígido colgado de algún punto diferente de su centro de masa oscilará cuando se desplace de su posición de equilibrio en torno a su eje de giro. Un ejemplo importante del movimiento periódico es el péndulo simple.

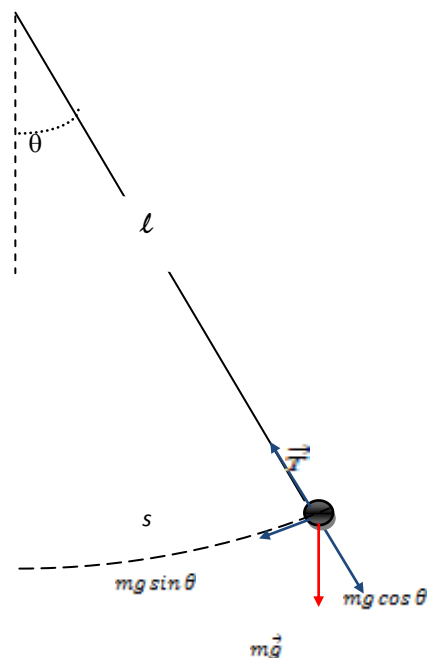


Figura 1: Sistema de coordenadas para una masa que pende de un hilo de masa despreciable

Entendemos por péndulo simple a la idealización del sistema físico real formado por una masa puntual suspendida de un hilo inextensible (de masa despreciable) que oscila en un plano. La masa puntual se moverá en un arco de circunferencia de radio  $l$ . Las fuerzas que actúan sobre la masa  $m$  son su peso  $m\vec{g}$  y la reacción de vínculo, la tensión  $\vec{T}$  del hilo. Descomponiendo el peso en dos direcciones, paralela y perpendicular al hilo observamos que en la dirección del hilo obtenemos

$$T - mg \cos(\theta) = ma_c = m \frac{v^2}{l}$$

y en la dirección tangencial (perpendicular al hilo)

$$-mg\sin(\theta) = ma_t = m \frac{d^2s}{dt^2} = m \frac{d^2(\ell\theta)}{dt^2} = m\ell \frac{d^2\theta}{dt^2}$$

por lo que podemos expresar la siguiente relación

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = -\frac{g}{\ell}\sin(\theta)$$

donde  $g$  es el módulo de la aceleración gravitatoria,  $\ell$  la longitud del péndulo y  $\theta$  es el ángulo formado entre la vertical y el hilo. Esta última ecuación es válida para todo ángulo  $\theta$ . Para poder resolver el problema de

obtenerla ley horaria<sup>1</sup> debemos encontrar una relación lineal entre la aceleración angular  $\frac{d^2\theta}{dt^2}$  y la posición angular ( $\theta$ ). Eso se logra si consideramos desplazamientos angulares pequeños, es decir, los ángulos de oscilación en torno a la posición de equilibrio son pequeños, lo que nos permite aproximar el seno del ángulo al ángulo,  $\sin\theta \cong \theta$ . Por lo que podemos expresar la ecuación anterior de la siguiente manera

$$\ddot{\theta} = -\frac{g}{\ell}\theta = -\omega^2\theta \quad (2)$$

donde  $\omega^2 = \frac{g}{\ell}$  El período del movimiento  $T$  viene dado por

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g}} \quad (3)$$

Podemos ver que nuestro planteo teórico del problema nos ha conducido a una expresión para el período de oscilación que depende de la longitud del hilo del péndulo y de la aceleración de la gravedad pero no de la masa de la partícula que está oscilando. La meta principal de esta segunda práctica será demostrar la validez de esta expresión.

### **Péndulo físico**

Cualquier cuerpo rígido colgado de algún punto diferente de su centro de masa oscilará cuando se desplace de su posición de equilibrio en torno a su eje de giro.

En nuestro caso de estudio, el péndulo físico será representado por una barra metálica con eje de giro en uno de sus extremos, como el que aparece en la figura 2

El período del péndulo físico para pequeñas amplitudes de oscilación está dado por la expresión:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{m_b g d_{cm}}} \quad (4)$$

<sup>1</sup> La ley horaria es una expresión matemática que a partir de ella se obtienen las variables cinemáticas como la posición, velocidad y aceleración.

donde  $I$  es el momento de inercia de péndulo respecto del centro de rotación (punto de suspensión),  $m_b$  la masa del mismo,  $g$  la aceleración de la gravedad del lugar y  $d_{cm}$  la distancia del centro de masa del péndulo al centro de rotación.

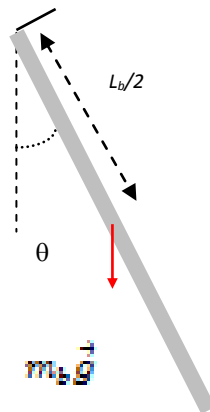


Figura 2: Péndulo físico con distribución de masa variable.  $m_b$  es la masa de la barra de longitud  $L_b$

La expresión (4) es sólo una aproximación, válida para pequeñas amplitudes. Cuando consideramos el péndulo físico más simple o sea solo una barra metálica de longitud  $L_b$  colgada de uno de sus extremos, siendo su masa  $m_b$ , su período de oscilación viene dado por la ecuación (4). El momento de inercia  $I$  viene dado por el teorema de los ejes paralelos (teorema de Steiner), el momento de inercia respecto de su centro de masa,  $I_{cm}$ , y el momento de inercia respecto de un nuevo eje paralelo al primero y separado de aquel por una distancia  $y = L_b/2$

$$I = I_{cm} + m_b y^2$$

$$I = \frac{1}{3} m_b L_b^2$$

## Bibliografía

J.W.Kane y M.M.Sternheim, *Física*, Editorial Reverte, S.A., Segunda Edición (1996)

R. A. Serway, *Física*, Editorial M<sup>c</sup> Graw Hill, Cuarta Edición

## Internet

<http://wwwinfo.cern.ch/m/mcnab/www/n/> con una muy completa lista de links a páginas dedicada a Newton.